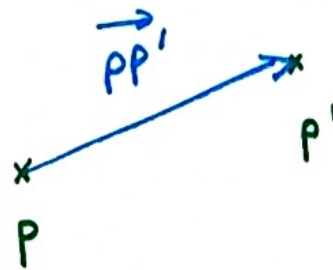


Les Vecteurs.

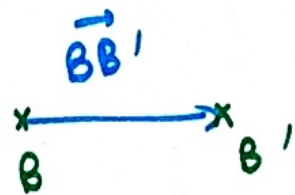
Qu'est-ce qu'un vecteur ?



ce vecteur a :

- une direction (PP')
- un sens ($P \rightarrow P'$)
- une norme PP'

Égalité de 2 vecteurs.



$\vec{AA'}$ et $\vec{BB'}$ ont

 (la même direction,

 le même sens,

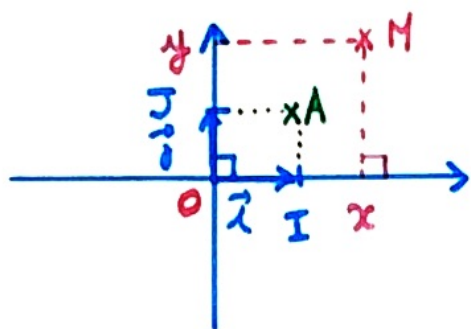
 la même longueur.

On dit que $\vec{AA'}$ et $\vec{BB'}$ sont égaux.

$$\vec{AA'} = \vec{BB'}$$

Coordonnées d'un point.

→ On se place dans un repère orthonormé.



c'est un repère
orthogonal normé.

la norme de chaque
vecteur de la base = 1.

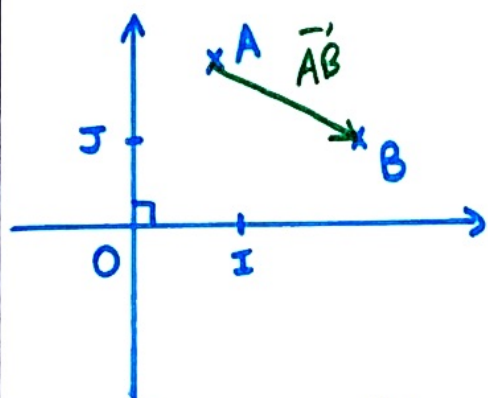
$(0; i, j)$ ou $(0; \vec{i}, \vec{j})$

→ Tout point M est repéré par un couple
de coordonnées : $M(x; y)$

abscisse de M ordonnée de M

$A(1; 1)$

Coordonnées d'un vecteur.



$A(x_A; y_A)$

$B(x_B; y_B)$

Coordonnées de $\vec{AB}$ sont $(x_B - x_A; y_B - y_A)$

$\vec{u}(x; y)$

Norme de $\vec{u}$: $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$(0; i, j)$ repère orthonormé.

Deux vecteurs sont égaux si et seulement si leurs coordonnées sont égales.

Somme de vecteurs.

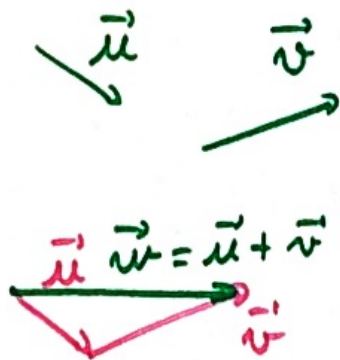
→ Vision mathématique.

$$\vec{u}(x; y)$$

$$\vec{v}(x'; y')$$

$$\vec{w} = \vec{u} + \vec{v} \Rightarrow \vec{w}(x+x'; y+y')$$

→ Représentation visuelle.



La somme de ces 2 vecteurs est le vecteur résultant de l'enchaînement des 2 translations.

Propriété: $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$

$$\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$$

$$(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$$

Produit d'un vecteur par un nombre réel.

$$\vec{u}(x; y)$$

d nombre réel

$$d\vec{u}(dx; dy)$$

$$d(\vec{u} + \vec{v}) = d\vec{u} + d\vec{v}$$

$$(d+d')\vec{u} = d\vec{u} + d'\vec{u}$$

$$d\vec{u} = \vec{0} \text{ ssi } d=0 \text{ ou } \vec{u} = \vec{0}.$$

Colinéarité de 2 vecteurs.

Soit 2 vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires : $\vec{v} = d \vec{u}$. $d \in \mathbb{R}$



$\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont la même direction

→ Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur.

Avec les coordonnées:

Dans une base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j})$.

$\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$ colinéaires si et seulement si:

$$x y' - x' y = 0.$$

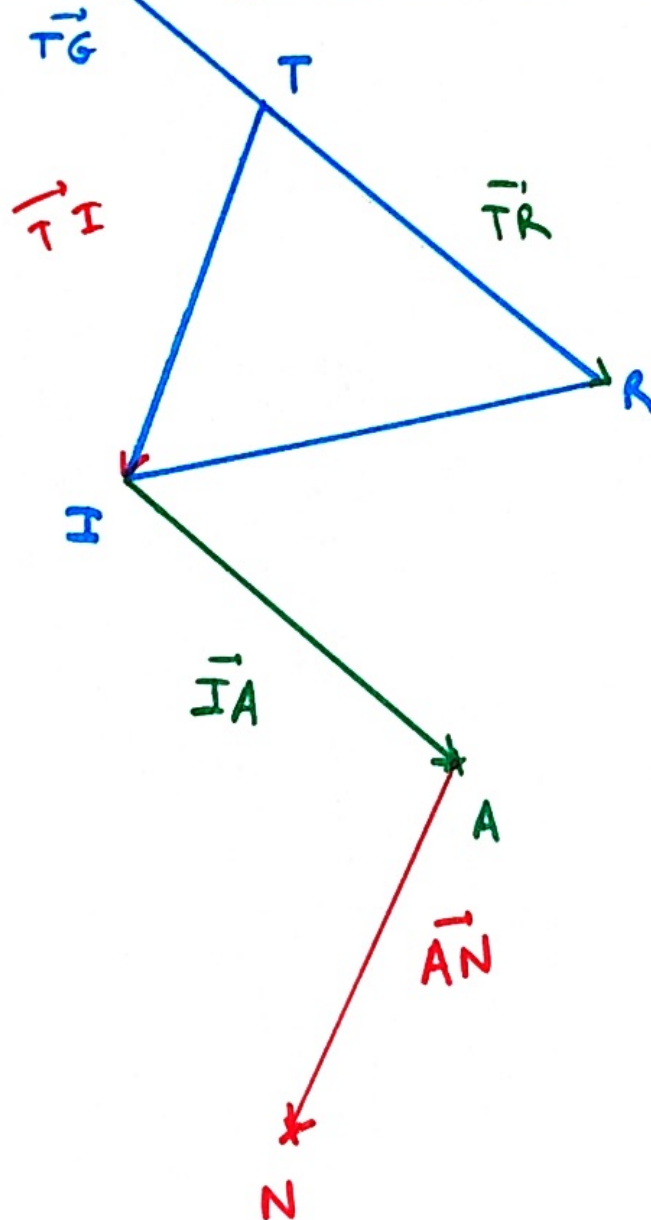
Droites parallèles → vecteurs colinéaires

Points alignés → $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ colinéaires



Exercice 1 : Comprendre et représenter les vecteurs

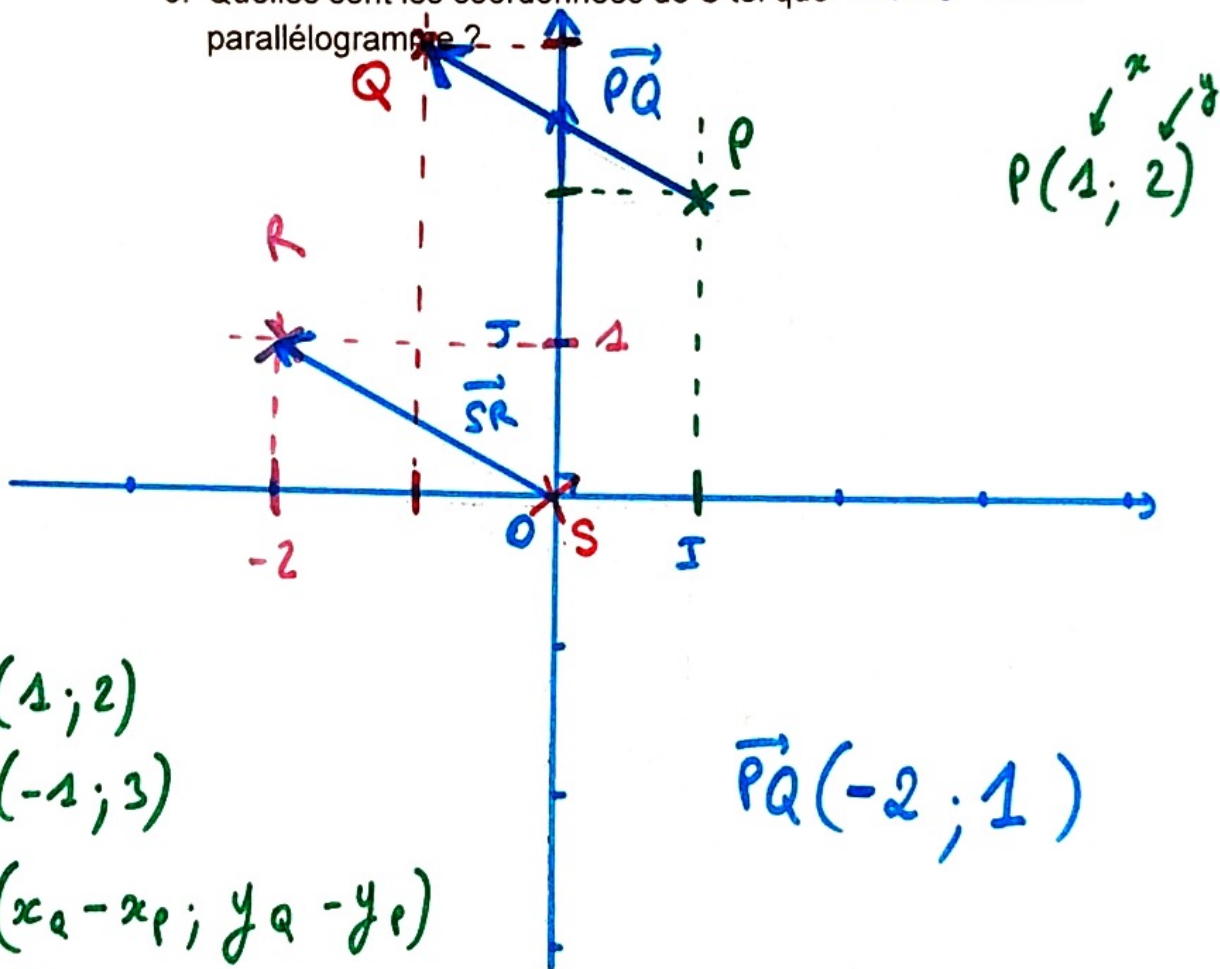
1. Dans un repère, tracer un triangle TRI.
2. Construire le point A tel que : $\vec{IA} = \vec{TR}$
3. Construire le point N tel que : $\vec{AN} = \vec{TI}$
4. Construire le point G tel que $\vec{TR}$ et $\vec{TG}$ soient opposés.



Exercice 2 : Coordonnées de vecteurs

Dans un repère orthonormé, $P(1; 2)$ et $Q(-1; 3)$.

1. Placer P et Q.
2. Tracer $\vec{PQ}$.
3. Calculer les coordonnées de $\vec{PQ}$.
4. Vérifier ces coordonnées par le calcul.
5. Placer le point R tel que $R(-2; 1)$.
6. Quelles sont les coordonnées de S tel que PQRS est un parallélogramme ?



$$P(1; 2)$$

$$Q(-1; 3)$$

$$\vec{PQ}(x_Q - x_P; y_Q - y_P)$$

$$\vec{PQ}(-2; 1)$$

$$\vec{PQ}(-2; 1)$$

PQRS est un parallélogramme ssi $\vec{PQ} = \vec{SR}$.

$$S(x; y)$$

$$S(0; 0)$$

$$\vec{SR}(x_R - x_S; y_R - y_S)$$

$$\vec{SR}(-2 - x; 1 - y)$$

$$-2 - x = -2$$

$$-x = 0$$

$$x = 0$$

$$1 - y = 1$$

$$y = 0$$

Exercice 3 : Coordonnées et calculs

Dans un repère orthonormé, $A(1; 3)$ et $B(-1; -1)$

1. Calculer la distance AB
2. Soit $C(x; 2)$. Déterminer la coordonnée x telle que $AC = 2$.

$$AB = \|\vec{AB}\| = \sqrt{x^2 + y^2} \text{ avec } \vec{AB}(x; y)$$

$$\vec{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A) = \vec{AB}(-2; -4)$$

$$\|\vec{AB}\| = \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = AB.$$

$$\begin{aligned} AC = \|\vec{AC}\| &= \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(x_C - 1)^2 + (2 - 3)^2} \\ &= \left(\sqrt{(x_C - 1)^2 + 1} \right)^2 = 2. \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow (x_C - 1)^2 + 1 = 2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x_C - 1)^2} = \sqrt{1}.$$

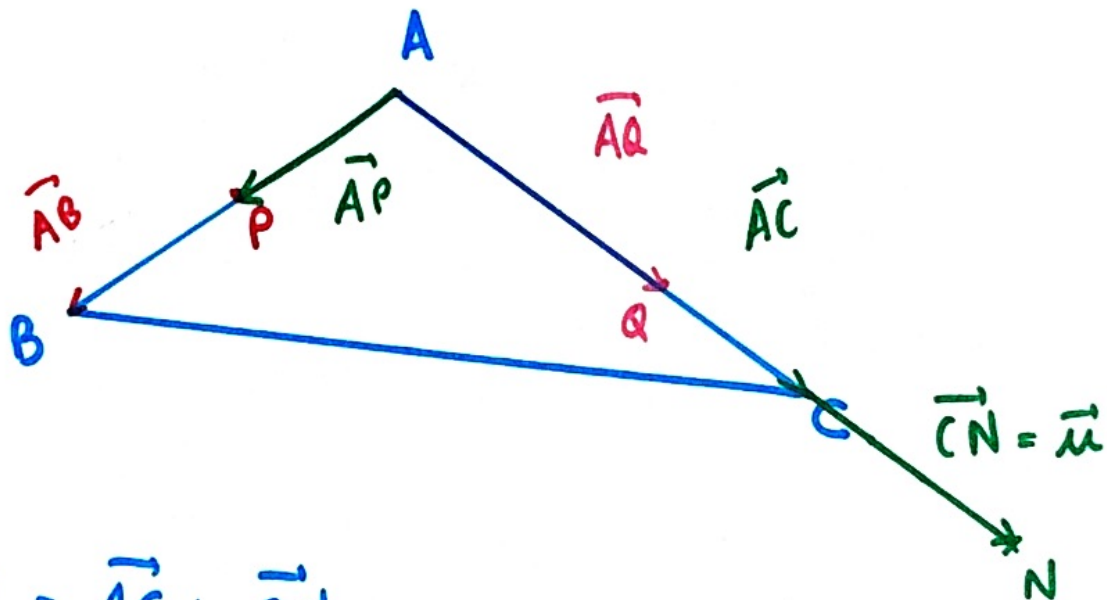
$$\Leftrightarrow x_C - 1 = 1$$

$$\Leftrightarrow \underline{x_C = 2}.$$

Exercice 4 : Somme de vecteurs, points alignés

Soit la figure suivante.

1. Construire le vecteur $\vec{\mu}$ d'origine C tel que $\vec{\mu} = \vec{CN} = \frac{1}{2} \vec{AC}$
2. Construire les points P et Q tels que $\vec{AP} = \frac{1}{2} \vec{AB}$ et $\vec{AQ} = \frac{2}{3} \vec{AC}$
3. Démontrer que $\vec{AN} = \frac{3}{2} \vec{AC}$
4. En déduire que A, C et N sont alignés.



$$\begin{aligned}\vec{AN} &= \vec{AC} + \vec{CN} \\ &= \vec{AC} + \frac{1}{2} \vec{AC} \\ &= \frac{3}{2} \vec{AC}.\end{aligned}$$

$\vec{AN}$ et $\vec{AC}$ sont colinéaires donc A, C et N sont alignés.

Exercice 5 : Droites parallèles

Dans un repère orthonormé, on donne : $A(1; 2)$, $B(-3; 4)$, $C(-3; -4)$
et $D(5; -8)$

Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

$$\vec{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A) = \vec{AB}(-4; 2)$$

$$\vec{CD}(x_D - x_C; y_D - y_C) = \vec{CD}(8; -4).$$

Montrons que $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont colinéaires.

$$-4 \times -4 - 8 \times 2 = 0.$$

$$\boxed{x \ y' - x' \ y} = 0.$$